

Прикарпатський національний університет
імені Василя Стефаника

ТЕОРІЯ АВТОМАТИЧНОГО КЕРУВАННЯ

(ЛАБОРАТОРНИЙ ПРАКТИКУМ З НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ)

СПЕЦІАЛЬНОСТІ: 113 ПРИКЛАДНА МАТЕМАТИКА,
121 ІНЖЕНЕРІЯ ПРОГРАМНОГО ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ

ВИКЛАДАЧІ: МАЗУРЕНКО ВІКТОР ВОЛОДИМИРОВИЧ,
МАХНЕЙ ОЛЕКСАНДР ВОЛОДИМИРОВИЧ

УДК 004.43:519.71

ББК 22.18

М13

Рекомендовано Вченою радою факультету математики та інформатики Прикарпатського національного університету імені Василя Стефаника як навчальний посібник для студентів спеціальностей «прикладна математика», «інженерія програмного забезпечення» (протокол № ? від ?? ??? 2023 р.).

Рецензенти:

, доктор технічних наук, професор (Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника);

, доктор економічних наук, професор (Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника).

М13 Мазуренко В.В., Махней О.В. Теорія автоматичного керування : лабораторний практикум з навчальної дисципліни. Івано-Франківськ : Голіней, 2023. 27 с.

Наведено методичні рекомендації до виконання лабораторних робіт з теорії автоматичного керування в системі комп'ютерної математики.

Для студентів спеціальностей «прикладна математика», «інженерія програмного забезпечення». Може бути корисним для студентів галузей знань «математика і статистика», «інформаційні технології».

ПЕРЕДМОВА	4
Лабораторна робота 1. МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ САК	5
1. Засоби моделювання САК	5
2. Завдання на лабораторну роботу	5
3. Звіт по лабораторній роботі	7
Лабораторна робота 2. ПЕРЕТВОРЕННЯ СТРУКТУРНИХ СХЕМ САК	8
1. Засоби перетворення структурних схем САК	8
2. Завдання на лабораторну роботу	8
3. Звіт по лабораторній роботі	9
Лабораторна робота 3. АНАЛІЗ ТИПОВИХ ЛАНОК САК (I)	12
1. Класифікація типових ланок САК	12
2. Засоби аналізу типових ланок САК	13
3. Завдання на лабораторну роботу	14
4. Звіт по лабораторній роботі	15
Лабораторна робота 4. АНАЛІЗ ТИПОВИХ ЛАНОК САК (II)	16
1. Класифікація типових ланок САК	16
2. Засоби аналізу типових ланок САК	17
3. Завдання на лабораторну роботу	17
4. Звіт по лабораторній роботі	18
Лабораторна робота 5. ДОСЛІДЖЕННЯ СТІЙКОСТІ САК	20
1. Алгебраїчні критерії стійкості САК	20
2. Частотні критерії стійкості САК	21
3. Завдання на лабораторну роботу	23
4. Звіт по лабораторній роботі	23
Лабораторна робота 6. ДОСЛІДЖЕННЯ ЯКОСТІ САК	25
1. Показники якості САК і алгоритм керування	25
2. Засоби аналізу і синтезу САК	26
3. Завдання на лабораторну роботу	27
4. Звіт по лабораторній роботі	29
СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ	30

ПЕРЕДМОВА

Теорія автоматичного керування — це розділ технічної кібернетики, що вивчає закономірності керування різноманітними технічними пристроями, технологічними процесами, економічними виробництвами тощо, які називають системами автоматичного керування (САК).

Цей лабораторний практикум містить завдання і методичні рекомендації для виконання шести лабораторних робіт з теорії автоматичного керування засобами системи комп'ютерної математики MatLab (Matrix Laboratory). В разі використання trial-версії MatLab, навчальна дисципліна вивчається блоком впродовж півсеместру з подвоєним тижневим навантаженням. Ще однією альтернативою є використання вільно поширюваної системи комп'ютерної математики SciLab, яка надає схожу на MatLab мову написання сценаріїв і відповідний набір функцій для моделювання та імітації систем автоматичного керування, а також підтримує сценарії, написані для MatLab.

Лабораторні роботи охоплюють математичне моделювання систем автоматичного керування, перетворення їх структурних схем, аналіз типових (елементарних) динамічних ланок, дослідження стійкості та якості систем автоматичного керування, їх аналіз і синтез.

Лабораторний практикум написаний на основі узагальнення досвіду авторів викладання навчальної дисципліни «Теорія керування».

1. ЗАСОБИ МОДЕЛЮВАННЯ САК

У системі MatLab (Matrix Laboratory) є два основні засоби моделювання систем автоматичного керування (САК) — це використання комплекту інструментів Control System Toolbox (CST) та візуального середовища імітаційного моделювання Simulink.

CST пропонує відповідні інструменти для побудови, аналізу і синтезу лінійних стаціонарних САК — LTI-моделей (Linear Time Invariant Models), котрі можуть бути як одновимірними SISO-моделями (Single Input – Single Output), так і багатовимірними МІМО-моделями (Multiple Input – Multiple Output). Simulink дозволяє використовувати вже готові бібліотеки блоків для візуального моделювання САК і вирішувати весь спектр задач від розробки концепції моделі аж до її імітації.

LTI-моделі в CST можуть бути представлені у трьох основних формах:

- з допомогою передавальної функції (Transfer Function): $tf(num, den)$, де масиви num і den визначають коефіцієнти в чисельнику і знаменнику передавальної функції;
- з допомогою нулів, полюсів і коефіцієнта підсилення (Zero-Pole-Gain): $zpk(z, p, k)$, де масиви z , p і k визначають нулі, полюси і коефіцієнт підсилення передавальної функції;
- у просторі станів (State Space): $ss(A, B, C, D)$, де A , B , C і D визначають відповідно матриці станів, керуючих впливів, спостережень і прямого зв'язку спостереження-керування.

Усі три форми LTI-моделей дозволяють маніпулювати з лінійними САК як цілим об'єктом, а не набором даних у вигляді векторів чи матриць. Для аналізу САК у CST можна використовувати такі функції: `tfddata`, `series`, `parallel`, `feedback`, `append`, `pole`, `zero`, `minreal`, `pzmap`, `roots`, `poly`, `conv`, `polyval`, `rlocus`, опис яких можна знайти в розділі Help (F1).

2. ЗАВДАННЯ НА ЛАБОРАТОРНУ РОБОТУ

Динаміка САК описується звичайним диференціальним рівнянням першого порядку у стандартній формі

$$Ty'(t) + y(t) = ku(t), \quad y(0) = y_0, \quad (1)$$

де варіанти значень часового коефіцієнта T , коефіцієнта підсилення k та початкового значення y_0 наведені в таблиці 1 нижче, $y(t)$ та $u(t)$ — вихідний і вхідний сигнали відповідно.

Виконати такі завдання:

1. Написати сценарій `pib_lab1_dm.m` (`pib` — ваші ініціали) аналізу диференціальної моделі САК в CST, виконавши наступні кроки:
 - (а) розв'язати диференціальну модель (`dsolve`) і знайти перехідну $h(t)$ та імпульсну перехідну (вагову) $w(t)$ функції
 - (перехідну функцію для диференціального рівняння $x'(t) + ax(t) = bu(t)$ можна

- шукати як розв'язок початкової задачі $x'(t) + ax(t) = b$, $x(0) = 0$, а імпульсну перехідну функцію — як розв'язок задачі $x'(t) + ax(t) = 0$, $x(0) = b$;
- (b) побудувати відповідні часові характеристики;
 - (c) побудувати часові характеристики в одній системі координат;
 - (d) застосувати перетворення Лапласа до імпульсної перехідної функції $w(t)$ (`laplace(w)`).
2. Побудувати візуальну модель `pib_lab1_dm.mdl` в Simulink:
- (a) для побудови моделі використати такі блоки з бібліотеки Simulink Library, як Sources (Step, Constant), MathOperations (Gain, Add), Continuous (Derivative, Integrator), Sinks (Scope); налаштувати параметри блоків;
 - (b) виконати імітацію моделі і отримати перехідну та імпульсну перехідну функції на осцилографі.
3. Написати сценарій `pib_lab1_tf.m` аналізу tf-моделі САК, виконавши наступні кроки:
- (a) побудувати tf-модель у вигляді передавальної функції в зображеннях Лапласа $W(s)$;
 - (b) порівняти отриману модель з результатом виконання команди `laplace(w)` зі сценарію `pib_lab1_dm.m`;
 - (c) обчислити нулі і полюси функції $W(s)$;
 - (d) побудувати часові характеристики (step, impulse) в одній системі координат;
 - (e) порівняти результат з п. 1с;
 - (f) перетворити tf-модель у zpk-модель (команда `zpk`).
4. Побудувати візуальну tf-модель `pib_lab1_tf.mdl` в Simulink, додатково використовуючи блок Continuous/TransferFcn і порівняти результати імітації моделі з п. 2.
5. Написати сценарій `pib_lab1_zpk.m` для аналізу zpk-моделі САК, виконавши наступні кроки:
- (a) побудувати zpk-модель, використавши інформацію з п. 3с про нулі і полюси передавальної функції в зображеннях Лапласа $W(s)$;
 - (b) порівняти отриману модель з результатом виконання команди `zpk` зі сценарію `pib_lab1_tf.m`;
 - (c) побудувати часові характеристики в одній системі координат;
 - (d) порівняти результат з п. 1с;
 - (e) перетворити zpk-модель у ss-модель (команда `ss`).
6. Побудувати візуальну zpk-модель `pib_lab1_zpk.mdl` в Simulink, додатково використовуючи блок Continuous/Zero-Pole і порівняти результати імітації моделі з п. 2.
7. Написати сценарій `pib_lab1_ss.m` для аналізу ss-моделі САК, виконавши наступні кроки:
- (a) побудувати ss-модель;
 - (b) порівняти отриману модель з результатом виконання команди `ss` у сценарії `pib_lab1_zpk.m`;
 - (c) побудувати часові характеристики в одній системі координат.

8. Побудувати візуальну ss-модель `rib_lab1_ss.mdl` в Simulink, додатково використовуючи блок Continuous/State-Space з нульовою і ненульовою початковими умовами і порівняти результати імітації моделі з п. 2.

Таблиця 1 Варіанти завдань

Варіант	T	k	y_0	Варіант	T	k	y_0
1	0.1	6.6	3.0	16	1.1	6.6	1.0
2	0.2	6.2	2.5	17	1.2	6.2	1.5
3	0.3	5.8	2.0	18	1.3	5.8	2.0
4	0.4	5.4	1.5	19	1.4	5.4	2.5
5	0.5	5.0	1.0	20	1.5	5.0	3.0
6	0.6	4.6	3.0	21	0.1	4.6	1.0
7	0.7	4.2	2.5	22	0.2	4.2	1.5
8	0.8	3.8	2.0	23	0.3	3.8	2.0
9	0.9	3.4	1.5	24	0.4	3.4	2.5
10	1.0	3.0	1.0	25	0.5	3.0	3.0
11	1.1	2.6	3.0	26	0.6	2.6	1.0
12	1.2	2.2	2.5	27	0.7	2.2	1.5
13	1.3	1.8	2.0	28	0.8	1.8	2.0
14	1.4	1.4	1.5	29	0.9	1.4	2.5
15	1.5	1.0	1.0	30	1.0	1.0	3.0

3. ЗВІТ ПО ЛАБОРАТОРНІЙ РОБОТІ

Зміст звіту:

1. Титульний аркуш зі стандартними атрибутами.
2. Сценарії аналізу моделей САК з часовими характеристиками.
3. Візуальні (імітаційні) моделі САК з часовими характеристиками.
4. Висновки.

1. ЗАСОБИ ПЕРЕТВОРЕННЯ СТРУКТУРНИХ СХЕМ САК

У комплекті інструментів CST для перетворення структурних схем САК передбачені такі функції:

- $\text{series}(lti1, lti2)$ — послідовне з'єднання (множення) *двох* динамічних ланок $lti1$ та $lti2$ (у вигляді tf-, zpk-, ss-моделей); для з'єднання відразу N ланок використовують вкладені series або операцію множення $lti1 * lti2 * \dots * ltiN$;
- $\text{parallel}(lti1, lti2)$ — паралельне з'єднання (додавання) *двох* динамічних ланок $lti1$ та $lti2$; для з'єднання відразу N ланок використовують вкладені parallel або операцію (алгебраїчного) додавання $lti1 + lti2 + \dots + ltiN$;
- $\text{feedback}(lti1, lti2, sign)$ — контур *від'ємного* ($sign = -1$) чи *додатного* ($sign = +1$) зворотного зв'язку з прямою ланкою $lti1$ і зворотною ланкою $lti2$; коротка форма $\text{feedback}(lti1, lti2)$ еквівалентна функції $\text{feedback}(lti1, lti2, -1)$;
- $\text{minreal}(lti)$ — скорочення однакових полюсів і нулів передавальної функції ланки lti ;
- $\text{inv}(lti)$ — інверсія (обернення) вхідного і вихідного сигналів ланки lti , так що сигнал $Y = W(s)X$ перетворюється у сигнал $X = W^{-1}(s)Y$;
- $\text{mrdivide}(lti1, lti2) \equiv lti1 / lti2$ — ділення справа, що еквівалентне операції $lti1 * \text{inv}(lti2)$;
- $\text{mldivide}(lti1, lti2) \equiv lti1 / lti2$ — ділення зліва, що еквівалентне операції $\text{inv}(lti1) * lti2$;
- $[lti1, lti2, \dots, ltiN]$ — горизонтальна $[,]$ конкатенація (склеювання) ланок $lti1, lti2, \dots, ltiN$ з N різними входами і спільним виходом; окремим випадком є паралельне з'єднання, коли всі N входів однакові;
- $[lti1; lti2; \dots; ltiN]$ — вертикальна $[:,]$ конкатенація ланок $lti1, lti2, \dots, ltiN$ зі спільним входом і N різними виходами; окремим випадком є паралельне з'єднання, коли всі N виходів однакові;
- $[lti1, lti2, \dots, ltiN]$ — діагональна (агрегативна) конкатенація ланок $lti1, lti2, \dots, ltiN$ з N різними входами і виходами.

Для більш складних з'єднань динамічних ланок можна використовувати додаткові функції connect і star .

2. ЗАВДАННЯ НА ЛАБОРАТОРНУ РОБОТУ

САК задана відповідною структурною схемою. Варіанти структурних схем і коефіцієнти передавальних функцій $W_1(s) = \frac{k_1}{T_1 s + 1}$, $W_2(s) = \frac{T_1 s - 1}{T_2 s + 1}$, $W_3(s) = \frac{k_2}{T_1^2 s^2 + T_2 s + 1}$, $W_4(s) = \frac{T_1 s + 1}{T_2^2 s^2 - 1}$ динамічних ланок наведені відповідно на рисунку 1 і в таблиці 1 нижче.

Виконати такі завдання:

1. Написати сценарій `rib_lab2.m` (`rib` — ваші ініціали), в якому на основі правил перетворення структурних схем потрібно:

1. КЛАСИФІКАЦІЯ ТИПОВИХ ЛАНОК САК

Класифікацію типових (елементарних) динамічних ланок САК отримують на основі частинних форм диференціальної моделі другого порядку

$$a_0 y''(t) + a_1 y'(t) + a_2 y(t) = b_0 x'(t) + b_1 x(t), \quad (1)$$

записаної у стандартній формі

$$T_0^2 y''(t) + 2\xi T_0 y'(t) + y(t) = k[T_1 x'(t) + x(t)] \quad (2)$$

з часовими коефіцієнтами T_0^2, T_1 , коефіцієнтом підсилення k і коефіцієнтом демпфування (пом'якшення) ξ ($0 \leq \xi < 1$):

$$T_0^2 = \frac{a_0}{a_2} \geq 0, \quad \xi = \frac{a_1}{2a_2 T_0} = \frac{a_1}{2\sqrt{a_0 a_2}}, \quad k = \frac{b_1}{a_2}, \quad T_1 = \frac{b_0}{k a_2} = \frac{b_0}{b_1},$$

або в операторній формі ($p = \frac{d}{dt}, p^2 = \frac{d^2}{dt^2}$)

$$y(t) = W(p)x(t), \quad W(p) = \frac{B(p)}{A(p)} = \frac{b_0 p + b_1}{a_0 p^2 + a_1 p + a_2} = \frac{k(T_1 p + 1)}{T_0^2 p^2 + 2\xi T_0 p + 1}, \quad (3)$$

де $W(p)$ — передавальна функція в операторній формі (ПдФ).

Таблиця 1 Класифікація типових (елементарних) ланок САК (I)

№ з/п	Назва типової ланки	Диференціальна модель у стандартній формі	ПдФ $W(p)$
1	Пропорційна (ідеальна підсилююча)	$y(t) = kx(t)$	k
2	Інтегруюча (астатична)	$y'(t) = kx(t) \Leftrightarrow$ $y(t) = y(0) + k \int_0^t x(\tau) d\tau$	$\frac{k}{p}$
3	Диференціююча	$y(t) = kx'(t)$	kp
4	Аперіодична 1-го порядку (інерційна)	$Ty'(t) + y(t) = kx(t)$	$\frac{k}{Tp + 1}$
5	Форсуюча 1-го порядку (пропорційно-диференціююча)	$y(t) = k[Tx'(t) + x(t)]$	$k(Tp + 1)$
6	Аперіодична 2-го порядку (коливальна)	$T^2 y''(t) + 2\xi T y'(t) + y(t) = kx(t)$ $0 \leq \xi < 1$	$\frac{k}{T^2 p^2 + 2\xi T p + 1}$
7	Форсуюча 2-го порядку (для САК 3-го порядку)	$y(t) = k[T^2 x''(t) + 2\xi T x'(t) + x(t)]$ $0 < \xi < 1$	$k(T^2 p^2 + 2\xi T p + 1)$

1. КЛАСИФІКАЦІЯ ТИПОВИХ ЛАНОК САК

Класифікацію типових (елементарних) динамічних ланок САК отримують на основі частинних форм диференціальної моделі другого порядку

$$a_0 y''(t) + a_1 y'(t) + a_2 y(t) = b_0 x'(t) + b_1 x(t), \quad (1)$$

записаної у стандартній формі

$$T_0^2 y''(t) + 2\xi T_0 y'(t) + y(t) = k[T_1 x'(t) + x(t)] \quad (2)$$

з часовими коефіцієнтами T_0^2, T_1 , коефіцієнтом підсилення k і коефіцієнтом демпфування (пом'якшення) ξ ($0 \leq \xi < 1$):

$$T_0^2 = \frac{a_0}{a_2} \geq 0, \quad \xi = \frac{a_1}{2a_2 T_0} = \frac{a_1}{2\sqrt{a_0 a_2}}, \quad k = \frac{b_1}{a_2}, \quad T_1 = \frac{b_0}{k a_2} = \frac{b_0}{b_1},$$

або в операторній формі ($p = \frac{d}{dt}, p^2 = \frac{d^2}{dt^2}$)

$$y(t) = W(p)x(t), \quad W(p) = \frac{B(p)}{A(p)} = \frac{b_0 p + b_1}{a_0 p^2 + a_1 p + a_2} = \frac{k(T_1 p + 1)}{T_0^2 p^2 + 2\xi T_0 p + 1}, \quad (3)$$

де $W(p)$ — передавальна функція в операторній формі (ПдФ).

Таблиця 1 Класифікація типових (елементарних) ланок САК (ІІ)

№ з/п	Назва типової ланки	Диференціальна модель у стандартній формі	ПдФ $W(p)$
1	Нестійка аперіодична	$Ty'(t) - y(t) = kx(t)$	$\frac{k}{Tp - 1}$
2	Нестійка форсуюча	$y(t) = k[Tx'(t) - x(t)]$	$k(Tp - 1)$
3	Нестійка коливальна	$T^2 y''(t) - 2\xi T y'(t) + y(t) = kx(t)$ $0 < \xi < 1$ (коеф. демпфування)	$\frac{k}{T^2 p^2 - 2\xi T p + 1}$
4	Нестійка форсуюча 2-го порядку (для САК 3-го порядку)	$y(t) = k[T^2 x''(t) - 2\xi T x'(t) + x(t)]$ $0 < \xi < 1$	$k(T^2 p^2 - 2\xi T p + 1)$
5	Чистого запізнення (для САК із запізненням)	$y(t) = kx(t - \tau), \quad 0 < \tau < t$	$ke^{-\tau p}$

Динамічну ланку з довільною дробово-раціональною ПдФ $W(p)$ можна зобразити у вигляді послідовного з'єднання типових ланок з ПдФ $W_i(p)$, якщо її чисельник і знаменник розкласти на елементарні множники (не вище другого порядку):

$$W(p) = \prod_i W_i(p).$$

1. АЛГЕБРАЇЧНІ КРИТЕРІЇ СТІЙКОСТІ САК

Стійкість є однією з основних вимог до САК. Це поняття характеризує працездатність системи. Система, що не володіє стійкістю, не здатна виконувати функції керування, має, фактично, нульову ефективність і може призводити до аварійних станів.

Нехай динамічна поведінка САК описується диференціальним рівнянням n -го порядку в операторній формі

$$A(p)y(t) = B(p)u(t) + C(p)f(t), \quad p = \frac{d}{dt}, \quad (1)$$

де $y(t)$ — керована величина (вихідний сигнал), $u(t)$ і $f(t)$ — задаючий і збурюючий впливи (вхідні сигнали), $A(p) = a_0p^n + a_1p^{n-1} + \dots + a_n$ — власний оператор, $B(p)$ і $C(p)$ — оператори впливу.

Основна умова стійкості: для того, щоб САК була (асимптотично) стійка, *необхідно і достатньо*, щоб усі корені її характеристичного рівняння

$$A(\lambda) = 0, \quad \lambda \in \mathbb{C}, \quad (2)$$

мали від'ємну дійсну частину $\operatorname{Re} \lambda_i < 0$, $i = \overline{1, n}$, тобто були *лівими*.

Необхідна умова стійкості САК: для того, щоб САК була (асимптотично) стійка, *необхідно*, щоб усі коефіцієнти її характеристичного рівняння були додатними: $a_i > 0$, $i = \overline{0, n}$ (за потреби домножуванням на -1 завжди можна гарантувати виконання умови $a_0 > 0$).

Якщо відшукати корені характеристичного рівняння складно, то для дослідження на стійкість можна скористатися критеріями стійкості, які дозволяють з'ясувати, чи корені є лівими, *без явного їх відшукування*. Критерії стійкості діляться на алгебраїчні (критерії Гурвіца, Л'єнара–Шипара, Рауса) і частотні (критерії Михайлова і Найквіста).

Критерій Гурвіца (Hurwitz, 1895): для того, щоб САК була стійкою, *необхідно і достатньо*, щоб визначники Гурвіца

$$\Delta_1 = a_1, \quad \Delta_2 = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ a_0 & a_2 \end{vmatrix}, \quad \Delta_3 = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & a_5 \\ a_0 & a_2 & a_4 \\ 0 & a_1 & a_3 \end{vmatrix}, \quad \dots, \quad \Delta_n = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & a_5 & a_7 & \dots & 0 \\ a_0 & a_2 & a_4 & a_6 & \dots & 0 \\ 0 & a_1 & a_3 & a_5 & \dots & 0 \\ 0 & a_0 & a_2 & a_4 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & a_n \end{vmatrix},$$

складені з коефіцієнтів її характеристичного рівняння, при $a_0 > 0$ були додатними

$$\Delta_k > 0, \quad k = \overline{1, n}.$$

1. Показники якості САК і алгоритм керування

Стійкість (працездатність) САК є головною, але не єдиною її характеристикою. Ще однією важливою характеристикою є якість (точність) роботи САК. Найбільш повною характеристикою якості САК є відхилення вихідного (керованого) сигналу $y(t)$ від вхідного (керуючого) сигналу $g(t)$ (помилка, похибка, неузгодженість) $e(t) = g(t) - y(t)$, котру можна подати у вигляді суми $e(t) = e_g(t) + e_f(t)$ помилки за задаючим впливом $e_g(t) = W_{eg}(p)g(t) = (1 - W_{yg}(p))g(t)$ і помилки за збурюючим впливом

$$e_f(t) = W_{ef}(p)f(t) = \begin{cases} -W_{yf}(p)f(t), & \text{якщо } f \text{ на вході у суматор,} \\ W_{ef}(p)f(t), & \text{якщо } f \text{ не на вході у суматор.} \end{cases}$$

Однак на практиці частіше використовують числові показники, котрі є зручнішими для оцінки якості САК. Розрізняють числові показники якості у *перехідному* і в *усталеному* режимах.

Числові показники якості у перехідному режимі діляться на *прямі* і *непрямі* (кореневі, частотні, інтегральні). Основними прямими показниками якості є *час регулювання* t_p , *перерегулювання* σ , *час наростання* t_n , *час досягання* $t_{\max}$ *першого максимуму* $h_{\max}$.

Основними кореневими показниками якості є *ступінь стійкості* $\eta = \min_k |\operatorname{Re} \lambda_k|$ і *ступінь коливальності* $\mu = \max_k \left| \frac{\operatorname{Im} \lambda_k}{\operatorname{Re} \lambda_k} \right|$.

Основними частотними показниками якості є *резонансний пік* $M = A_{\max}/A(0)$ і *резонансна частота* ω_p ($A_{\max} = A(\omega_p)$), *смуга пропускання* $(0, \omega_n)$ ($A(\omega_n) = 0.707A(0)$), *запаси стійкості по амплітуді* L_c і *по фазі* φ_c .

Основними інтегральними показниками якості є *звичайна* $J_2[e_n(t)] = \int_0^\infty e_n^2(t)dt$ і *узгаальнена* $J_2^k[e_n(t)]$ *інтегральні квадратичні оцінки* (тут e_n — перехідна складова помилки).

Числовими показниками якості в усталеному режимі є *коефіцієнти позиційної помилки* C_{g0} і C_{f0} , *коефіцієнти швидкісної помилки* C_{g1} і C_{f1} , *коефіцієнти прискорювальної помилки* C_{g2} і C_{f2} .

Вибір алгоритму керування є однією з головних задач у процесі проєктування САК. Найчастіше на практиці використовують PID-контролери із закладеним у них пропорційно-інтегро-диференціальним алгоритмом керування:

$$u(t) = k_p e(t) + k_i \int_0^t e(\tau) d\tau + k_d \frac{de(t)}{dt},$$

де k_p, k_i, k_d — коефіцієнти передачі пропорційної, інтегральної і диференціальної складових. Передавальна функція PID-контролера має вигляд

$$W_k(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = k_p + \frac{k_i}{s} + k_d s = \frac{k_d s^2 + k_p s + k_i}{s},$$

СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Бахрушин В.Є., Огаренко Т.Ю. Теорія керування: навч. посіб. – Запоріжжя: КПУ, 2014. – 224 с.
2. Гайдук А.Р., Беляєв В.Е., Пьявченко Т.А. Теория автоматического управления в примерах и задачах с решениями в MATLAB: Учебное пособие. – 2-е изд. – СПб: Лань, 2011. – 464 с.
3. Ким Д.П. Теория автоматического управления. Т.1. Линейные системы. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. – 288 с.
4. Лазарєв Ю.Ф. Довідник з MATLAB / Електронний навчальний посібник з курсового і дипломного проектування. – К.: НТУУ "КПІ 2013. – 132 с.
5. Мартяков А.И. Теория автоматического управления: Сборник задач и упражнений. – М.: МГИУ, 2008. – 147 с.
6. Попович М.Г., Ковальчук О.В. Теорія автоматичного керування: Підручник. – 2-ге вид. – К.: Либідь, 2007. – 656 с.
7. Соколов Ю.Н. Функции MATLAB в задачах анализа и проектирования систем управления: Учеб. пособие. – Харьков: НАУ "ХАИ 2004. – 93 с.
8. Худолей Г.М. Теорія автоматичного управління: конспект лекцій у 2 ч. Ч.1. Аналіз лінійних систем автоматичного управління. – Суми: СДУ, 2016. – 179 с.